Министерство образования и науки Алтайского края
Краевое государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Алтайский краевой педагогический лицей-интернат»

СОГЛАСОВАНО
решением экспертного совета
Регионального центра выявления и
поддержки одарённых детей в
Алтайском крае
протокол от 18.05.2023 г. № 1

УТВЕРЖДЕНА
Директор КГБОУ «АКПЛ»
С.А. Романенко
приказ от 22.05.2023 г. № 58

Дополнительная образовательная программа в рамках профильной образовательной смены по физике и математике
(дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа естественнонаучной направленности)

Направление: Наука. Математика. Физика.
Возраст обучающихся: 14-18 лет
Срок реализации: 21.08-25.08.2023

Автор-составитель:
Крымова Лариса Николаевна,
к.п.н, учитель математики в.к.к.,
заместитель директора по УВР
МБОУ «Гимназия № 42»

г. Барнаул, 2023

ПРОФИЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

Пояснительная записка

Направление

Наука. Математика. Физика

Название программы

«Профильная образовательная смена по физике и математике»

Куратор программы

Крымова Лариса Николаевна, к.п.н, заместитель директора по УВР МБОУ «Гимназия № 42»

Нормативные правовые основы разработки ДООП:

- Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в РФ».
- Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 29.05.2015 № 996-р);
- Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 г., утверждённая распоряжением Правительства РФ от 31 марта 2022 года № 678-р.
- Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28 сентября 2020 г. N 28 г. Москва «Об утверждении СанПиН 2.4.2.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодёжи».
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 27.07.2022 № 629 г. Москва «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».
- Письмо Минобрнауки России от 18.11.2015 № 09-3242 «О направлении информации» (вместе с «Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы)».
- Приказ Главного управления образования и молодежной политики Алтайского края от 19.03.2015 № 535 «Об утверждении методических рекомендаций по разработке дополнительных общеобразовательных (общеразвивающих) программ».
- Устав краевого государственного бюджетного общеобразовательного учреждения «Алтайский краевой педагогический лицей-интернат» (КГБОУ «АКПЛ»).

Целевая аудитория

Для участия в образовательной программе приглашаются школьники 8-11 классов из образовательных организаций Алтайского края – победители и призёры муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников и муниципального этапа олимпиады им. Эйлера. Условия участия: наличие в списке приглашенных для участия в региональном этапе ВсОШ по математике и физике.

Аннотация к программе

Программа учебно-тренировочных сборов состоит из теоретических и практических занятий по математике и физике, включает в себя тренинги по решению олимпиадных заданий по математике и физике. Учебные занятия проводятся ведущими преподавателями ВУЗов края, членами жюри регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников и носят практико-ориентированный характер, направлены на формирование у школьников навыков решения нестандартных и олимпиадных задач.

Образовательная программа ориентирована на развитие математических и творческих способностей учащихся. Программа включает следующие части: олимпиадная математика и физика (основная часть программы), проектная и учебно-исследовательская работа учащихся, популярные лекции по математике и естественным наукам, лекции ведущих ученых страны.

В рамках основной части программы осуществляется обучение участников базовым идеям и методам олимпиадной математики, физики и углубленное обучение олимпиадной математике и физике учащихся 8-11 классов. Программа ориентирована на обучение учащихся различным разделам олимпиадной математики и физики с учетом их уровня подготовленности: физика, алгебра, геометрия, комбинаторика и теория чисел. Изучаемые темы предполагают у участников хорошее знание школьных курсов алгебры и геометрии, физики.

Учащиеся будут разбиты на группы с учетом их возраста и уровня подготовки.

<u>Цели и задачи программы</u>

Основная цель сборов: отработка со школьниками приемов, методов, идей, применяемых при решении олимпиадных задач. Программа учебно-тренировочных сборов максимально нацелена на тренировку соответствующих предметных компетенций, способствует повышению мобилизованности, мотивированности обучающихся, помогает задать необходимый рабочий ритм, позволяет выделить проблемные места в подготовке к олимпиадам и оперативно их сгладить.

Задачи образовательной программы:

- развитие способностей учащихся и расширение их математического кругозора путем интенсивных занятий по углубленной программе у ведущих педагогов края;
- развитие у школьников свойственного математике и физике стиля мышления, повышение их общей и математической культуры, воспитание научной честности и умения вести научную дискуссию;
- подготовка учащихся к олимпиадам;
- популяризация физики и математики как науки.

В процессе освоения программы планируется, что каждый ее выпускник:

- расширит свои знания в области математики, физики и ее приложений;
- существенно повысит свой уровень готовности к решению задач на олимпиадах регионального и всероссийского уровня.

<u>Сроки реализации программы:</u>

21.08.2023-25.08.2023

<u>Форма реализации</u>

Очная.

<u>Содержательная характеристика программы</u>

Программа рассчитана на 40 часов в каждой из параллелей 8, 9, 10, 11 классов.

Содержание программы по математике:

8-9 класс Числа и вычисления. Выражения и их преобразования. Уравнения и неравенства. Функции. Планиметрия. Специальные олимпиадные темы (логические задачи, оценка+пример, пример и контрпример, принцип Дирихле, разрезания и раскраски, игры, инвариант, элементы комбинаторики).

10-11 класс Числа и вычисления. Выражения и их преобразования. Уравнения и неравенства. Функции. Планиметрия и стереометрия. Тригонометрия. Специальные олимпиадные темы (оценка+пример, пример и контрпример, принцип Дирихле, раскраски, игры, инвариант, элементы комбинаторики, метод математической индукции).

Содержание программы по физике:

7 класс.

№ п/п	Тема
1	Измерение физических величин. Цена деления. Единицы измерений физических величин. Перевод единиц измерений. Погрешность измерения (общие понятия)
2	Механическое движение. Путь. Перемещение. Равномерное движение. Скорость. Средняя скорость. Графики зависимостей величин, описывающих движение. Работа с графиками, в том числе культура построения графиков. Общее понятие об относительности движения. Сложение скоростей для тел, движущихся параллельно
3	Объём. Масса. Плотность. Смеси и сплавы
4	Инерция. Взаимодействие тел. Силы в природе (тяжести, упругости, трения). Закон Гука. Сложение параллельных сил. Равнодействующая
5	Механическая работа для сил, направленных вдоль перемещения, мощность, энергия. Графики зависимости силы от перемещения и мощности от времени
6	Простые механизмы, блок, рычаг, ножничный механизм. Момент силы. Правило моментов (для сил, лежащих в одной плоскости, и направленных вдоль параллельных прямых). Золотое правило механики. КПД
7	Давление
8	Основы гидростатики. Закон Паскаля. Атмосферное давление. Гидравлический пресс. Сообщающиеся сосуды. Закон Архимеда. Плавание тел. Воздухоплавание

8 класс

№ п/п	**Тема**
1	Механическое движение.
2	Тепловое движение. Температура. Внутренняя энергия. Теплопроводность. Конвекция. Излучение
3	Количество теплоты. Удельная теплоёмкость вещества. Удельная теплота сгорания. Уравнение теплового баланса при охлаждении и нагревании
4	Агрегатные состояния вещества. Плавление. Тепловое расширение. Удельная теплота плавления. Испарение. Кипение. Удельная теплота парообразования
5	Мощность и КПД нагревателя. Мощность тепловых потерь. Уравнение теплового баланса с учётом фазовых переходов, подведённого тепла и тепловых потерь. (Закон Ньютона – Рихмана)
6	Работа газа и пара при расширении. Двигатель внутреннего сгорания. Паровая турбина. КПД теплового двигателя
	Электризация. Два рода зарядов. Взаимодействие заряженных тел. Проводники и диэлектрики. Электрическое поле. Делимость электрического заряда. Электрон. Строение атомов

9 класс

№ п/п	**Тема**
1	Кинематика материальной точки. Системы отсчёта. Равномерное движение.

№ п/п	**Тема**
	Средняя скорость. Мгновенная скорость. Ускорение. Прямолинейное равнопеременное движение. Свободное падение. Графики движения (зависимость пути, перемещения, координат от времени; зависимость скорости, ускорения и их проекций от времени и координат)
2	Движение по окружности. Нормальное и тангенциальное ускорение. Угловое перемещение и угловая скорость
3	Относительность движения. Закон сложения скоростей
4	Криволинейное равноускоренное движение. Полёты тел в поле однородной гравитации. Радиус кривизны траектории
5	Кинематические связи (нерастяжимость нитей, скольжение без отрыва, движение без проскальзывания). Плоское движение твёрдого тела.
6	Динамика материальной точки. Силы. Векторное сложение сил. Законы Ньютона
7	Динамика систем с кинематическими связями
8	Гравитация. Закон всемирного тяготения. Искусственные спутники. Первая космическая скорость. Перегрузки и невесомость. Центр тяжести
9	Силы трения. Силы сопротивления при движении в жидкости и газе

10 класс

№ п/п	**Тема**
1	Газовые законы. Изопроцессы. Законы Дальтона и Авогадро. Температура
2.1	Основы МКТ
2.2	Потенциальная энергия взаимодействия молекул
3	Термодинамика. Внутренняя энергия газов. Количество теплоты. 1-й закон термодинамики. Теплоёмкость. Адиабатный процесс. Цикл Карно
4	Насыщенные пары, влажность
5	Поверхностное натяжение. Капилляры. Краевой угол. Явление смачивания
6	Электростатика. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряжённость. Теорема Гаусса. Потенциал
7	Проводники и диэлектрики в электростатических полях
8	Конденсаторы. Соединения конденсаторов. Энергия конденсатора. Объёмная плотность энергии электрического поля

11 класс

№ п/п	**Тема**
1	Постоянные магнитные поля. Движение частиц в стационарных электрических и магнитных полях.
2	Магнитный поток. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Вихревое электромагнитное поле.
3	Переключения в электрических цепях. Правила коммутации. *RLC*-цепи. Переходные процессы.
4	Механические и электромагнитные колебания. Динамический (силовой) и энергетический подход.
5	Геометрическая оптика. Законы отражения и преломления света. Прохождение света через сложную оптическую систему.
6	Псевдопрактические задачи. Известные типы задач. Методы обработки экспериментальных данных. Использование инженерного калькулятора в расчетах.

Учебно-тематический план занятий по математике

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 8 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Теория чисел	2
2	Десятичная запись числа	2
3	Решение геометрических задач	4
4	Специальные олимпиадные темы. Подсчёт двумя способами	2
5	Специальные олимпиадные темы. Конструирование.	2
6	Специальные олимпиадные темы. Разнобой.	4
7	Специальные олимпиадные темы. Оценка+пример.	2
8	Специальные олимпиадные темы. Инвариант и полуинвариант.	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 9 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Теория чисел	2
2	Десятичная запись числа	2
3	Решение геометрических задач	4
4	Специальные олимпиадные темы. Графы: циклы и цепочки.	2
5	Специальные олимпиадные темы. Оценки.	2
6	Специальные олимпиадные темы. Оценка+пример.	2
7	Специальные олимпиадные темы. Разнобой.	4
8	Специальные олимпиадные темы. Полуинварианты.	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 10 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Теория чисел	2
2	Квадратный трехчлен	2
3	Дискретная непрерывность.	2
4	Решение геометрических задач.	4
5	Решение геометрических задач. Планиметрия	2
6	Специальные олимпиадные темы. Применение графов.	2
7	Специальные олимпиадные темы. Перестановочные алгоритмы.	2
8	Специальные олимпиадные темы. Разнобой.	2
9	Специальные олимпиадные темы. Зацикливание и метод спуска.	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 11 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов

1	Теория чисел	2
2	Комбинаторика	2
3	Комбинаторика и метод Паскаля	2
4	Дискретная непрерывность.	2
5	Решение геометрических задач.	4
6	Решение геометрических задач. Планиметрия	2
7	Специальные олимпиадные темы. Перестановочные алгоритмы.	2
8	Специальные олимпиадные темы. Разнобой.	2
9	Финансовая математика.	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий по физике

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 8 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Механическое движение. Относительность движения.	2
2	Движение нескольких тел.	2
3	Средняя скорость.	2
4	Графики и их использование для решения задач..	2
5	Нити, блоки, рычаги. Уравнения связи движений.	2
6	Механическая работа для сил, направленных вдоль перемещения, мощность, энергия.	2
7	Статика. Действие сил. Первое условие равновесия тел.	2
8	Моменты сил. Второе условие равновесия тел. Рычаг.	2
9	Основы гидростатики. Закон Паскаля. Сообщающиеся сосуды.	2
10	Закон Архимеда. Плавание тел. Воздухоплавание.	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 9 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Статика. Действие сил. Первое условие равновесия тел.	2
2	Моменты сил. Второе условие равновесия тел. Рычаг.	2
3	Основы гидростатики. Закон Паскаля. Сообщающиеся сосуды.	2
4	Закон Архимеда. Плавание тел. Воздухоплавание.	2
5	Тепловые явления. Теплообмен в калориметре.	2
6	Влияние окружающей среды. Тепловые потоки.	2
7	Последовательное и параллельное соединение проводников. Расчет цепей постоянного тока.	2
8	Нелинейные элементы и вольтамперные характеристики (ВАХ).	2
9	Закон отражения света. Плоское зеркало. Область видимости изображений.	2
10	Законы преломления. Линзы. Построения хода лучей и изображений в линзах.	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 10 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Равноускоренное движение	2
2	Тело, брошенное под углом к горизонту	2
3	Кинематические связи	2
4	Мгновенный центр скоростей	2
5	Динамика	4
6	Неинерциальные СО	2
7	Законы сохранения	2
8	Столкновения тел	2
9	Статика непараллельных сил	2
10	Избранные задачи	2
		20 часов

Учебно-тематический план занятий, всего 20 часов. 11 класс

№/ пп	Темы	Кол-во часов
1	Основы МКТ	2
2	Газовые законы	2
3	Термодинамика идеального газа	2
4	Пары, влажность	2
5	Тепловые двигатели, циклы	4
6	Электростатика, напряженность	2
7	Электростатика, потенциал	2
8	Конденсаторы	2
9	Постоянный ток	2
10	Нелинейные элементы	2
		20 часов

Образовательные технологии

В ходе реализации образовательной программы используются следующие образовательные технологии:

- интерактивные лекции – активное взаимодействие (в режиме беседы) всех участников образовательного процесса;
- тренинги по решению олимпиадных заданий – выполнение тренировочных заданий, позволяющее приобрести опыт решения сложных задач;

Требования к условиям организации образовательного процесса

ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ необходима следующая материально-техническая база и оборудование:

:

№	Материально-технические средства	Кол-во
1.	Компьютер с офисным программным обеспечением	4
2.	Интерактивный стол-кульман.	4
3.	Интерактивная смарт-панель	1
4.	Копировально-множительная техника	1

Оборудование для программы по математике:

№ п/п	**Наименование оборудования**	**Коли-чество**
1.	Комплект интерактивных учебных пособий по математике	1
2.	Комплект наглядных пособий для постоянного использования	1
3.	Комплект оси координат	1
4.	Конструктор по стереометрии тип 1 Архимедовы тела	1
5.	Конструктор по стереометрии тип 2 Призмы и пирамиды	1
6.	Конструктор по стереометрии тип 3 Стереометрия	1
7.	Лента измерительная с сантиметровыми делениями	1
8.	Линейка классная	1
9.	Метр демонстрационный	1
10.	Модель-аппликация по множествам	1
11.	Модель-аппликация по числовым прямым	1
12.	Набор геометрических тел демонстрационный	1
13.	Набор прозрачных геометрических тел с сечениями (разборный)	1
14.	Набор для демонстрации соотношений объемов	1
15.	Набор осей и соединительных шаров для объемного конструирования	1
16.	Набор для совершенствования математических навыков, логического мышления и для практических вычислительных занятий	1
17.	Набор полупрозрачных объемных геометрических фигур	1
18.	Расширенный набор объемных геометрических фигур	1

Оборудование для программы по физике:

№ п/п	Наименование оборудования	Количество
1.	Набор демонстрационный по динамике вращательного движения	1
2.	Набор демонстрационный по механическим явлениям	1
3.	Набор демонстрационный по полупроводникам	1
4.	Набор демонстрационный по геометрической оптике	1
5.	Набор демонстрационный по механическим колебаниям	1
6.	Комплект для лабораторного практикума по электричеству (с генератором)	1
7.	Комплект для лабораторного практикума по механике	1
8.	Комплект для изучения основ механики, пневматики и возобновляемых источников энергии	1
9.	Прибор Ленца	1
10.	Набор демонстрационный по магнитному полю кольцевых токов	1
11.	Набор демонстрационный по электрическому току в вакууме	1
12.	Комплект для лабораторного практикума по оптике	1
13.	Набор демонстрационный по электродинамике	1
14.	Комплект для лабораторного практикума по молекулярной физике	1
15.	Набор "Звуковые колебания и волны"	1
16.	Набор "Альтернативные источники энергии. Солнечная, ветровая, топливные элементы, гидроэлектроэнергия, термальная" с источником питания и измерительными инструментами в кейсе	1
17.	Набор по изучению магнитного поля Земли	1

18.	Прибор для демонстрации атмосферного давления	1
19.	Набор для изучения закона сохранения энергии	1
20.	Комплект для экспериментов «Закон Гука»	1
21.	Комплект для экспериментов «Момент силы»	1

Требования к кадровому обеспечению

Преподаватели по математике:

Крымова Лариса Николаевна – заместитель директора МБОУ «Гимназия № 42», кпн, руководитель сборов.

Оскорбин Дмитрий Николаевич – факультет математики и информационных технологий, старший преподаватель кафедры математического анализа АлтГУ, кандидат физ-мат наук, член жюри регионального этапа всероссийской олимпиады школьников;

Дронов Вадим Сергеевич - факультет математики и информационных технологий, старший преподаватель кафедры математического анализа АлтГУ, член жюри регионального этапа всероссийской олимпиады школьников;

Клепиков Павел Николаевич – аспирант АлтГУ, член жюри регионального этапа всероссийской олимпиады школьников;

Сметанникова Елена Викторовна – учитель математики в.к.к. МБОУ «Гимназия № 42», руководитель МО учителей математики гимназии;

Положеева Лариса Юрьевна – учитель математики в.к.к., победитель ПНПО МБОУ «Гимназия № 42»;

Русанова Ольга Геннадиевна - учитель математики в.к.к. МБОУ "Гимназия №42";

Мерц Владислава Андреевна - учитель математики МБОУ "Гимназия №42";

Исаев Исмаил Мусаевич – преподаватель АлтГПУ, кандидат физ-мат наук;

Филина Ольга Александровна – аспирант АлтГУ, учитель математики МБОУ «Гимназия №42»;

Никитенко Олег Викторович – преподаватель АлтГТУ;

Доронин Захар – призёр регионального этапа ВсОШ.

Преподаватели по физике:

Соломатин Константин Васильевич	к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и экспериментальной физики Института цифровых технологий, электроники и физики ФГБОУ ВО «АлтГУ»
Куклина Е.А.	старший преподаватель кафедры «Современные специальные материалы» ФГБОУ ВО «АлтГТУ им. И.И. Ползунова»

Дидактические материалы по программе

Дидактические материалы, задания, презентации, видео-лекции будут размещены на сайте программы «Талант 22» https://talant22.ru.

Электронные ресурсы программы

1. Задачи – http://www.problems.ru
2. Задачи по геометрии – http://zadachi.mccme.ru
3. Подготовка школьников Москвы к олимпиадам высокого уровня по математике – http://math.mosolymp.ru

Приложение 1

Расписание занятий по математике и физике

Класс указан на 2022-2023 уч.год.

21.08.2023	**7 класс**	**8 класс**	**9 класс**	**10 класс**
9:30-10:50	Оскорбин ДН Подсчет двумя способами	Куклина Е.А. Статика. Действие сил. Первое условие равновесия тел.	Соломатин К.В. Равноускоренное движение	Никитенко О.В. Комбинаторика
10:50-12:20	Никитенко О.В. Конструирование	Куклина Е.А. Моменты сил. Второе условие равновесия тел. Рычаг.	Соломатин К.В. Тело, брошенное под углом к горизонту	Оскорбин ДН Перестановочные алгоритмы
13:00-14:20	Куклина Е.А. Механическое движение. Относительность движения.	Оскорбин ДН Графы: циклы и цепочки	Никитенко О.В. Применение графов	Соломатин К.В. Основы МКТ
14:30-15:50	Куклина Е.А. Движение нескольких тел.	Никитенко О.В. Оценки	Оскорбин ДН Перестановочные алгоритмы	Соломатин К.В. Газовые законы
22.08.2023	**7 класс**	**8 класс**	**9 класс**	**10 класс**
9:00-10:20	Куклина Е.А. Средняя скорость.	Сметанникова ЕВ Решение геометрических задач	Исаев И.М. квадратный трехчлен	Соломатин К.В. Термодинамика идеального газа
10:30-11:50	Куклина Е.А. Графики и их использование для решения задач.	Доронин ЗВ Разнобой	Сметанникова ЕВ Решение геометрических задач	Соломатин К.В. Пары, влажность
13:00-14:20	Доронин ЗВ Разнобой	Куклина Е.А. Основы гидростатики. Закон Паскаля. Сообщающиеся сосуды.	Соломатин К.В. Кинематические связи	Сметанникова ЕВ Решение геометрических задач. Планиметрия
14:30-15:50	Сметанникова ЕВ Решение геометрических задач	Куклина Е.А. Закон Архимеда. Плавание тел. Воздухоплавание.	Соломатин К.В. Мгновенный центр скоростей	Положеева ЛЮ Решение геометрических задач
23.08.2023	**7 класс**	**8 класс**	**9 класс**	**10 класс**
9:00-10:20	Филина ОА Оценка + пример	Куклина Е.А. Тепловые явления. Теплообмен в калориметре.	Соломатин К.В. Динамика	Положеева ЛЮ Решение геометрических задач
10:30-11:50	Исаев ИМ Теория чисел	Куклина Е.А. Влияние окружающей среды. Тепловые потоки.	Соломатин К.В. Неинерциальные СО	Русанова ОГ Разнобой
13:00-14:20	Куклина Е.А. Нити, блоки, рычаги. Уравнения связи	Исаев ИМ Теория чисел	Русанова ОГ Разнобой	Соломатин К.В. Тепловые двигатели, циклы

	движений.			
14:30-15:50	Куклина Е.А. Механическая работа для сил, направленных вдоль перемещения, мощность, энергия.	Мерц ВА Разнобой	Сметанникова ЕВ Решение геометрических задач. Планиметрия	Соломатин К.В. Электростатика, напряженность
24.08.2023	**7 класс**	**8 класс**	**9 класс**	**10 класс**
9:00-10:20	Куклина Е.А. Статика. Действие сил. Первое условие равновесия тел.	Филина ОА Оценка + пример	Положеева ЛЮ Решение геометрических задач	Соломатин К.В. Электростатика, потенциал
10:30-11:50	Куклина Е.А. Моменты сил. Второе условие равновесия тел. Рычаг.	Положеева ЛЮ Решение геометрических задач	Исаев ИМ Теория чисел	Соломатин К.В. Конденсаторы
13:00-14:20	Положеева ЛЮ Решение геометрических задач	Куклина Е.А. Последовательное и параллельное соединение проводников. Расчет цепей постоянного тока.	Соломатин К.В. Законы сохранения	Исаев ИМ. Теория чисел
14:30-15:50	Мерц ВА Разнобой	Куклина Е.А. Нелинейные элементы и вольтамперные характеристики (ВАХ).	Соломатин К.В. Столкновения тел	Положеева ЛЮ Финансовая математика
25.08.2023	**7 класс**	**8 класс**	**9 класс**	**10 класс**
9:00-10:20	Клепиков ПН Десятичная запись числа	Куклина Е.А. Закон отражения света. Плоское зеркало. Область видимости изображений.	Соломатин К.В. Статика непараллельных сил	Дронов ВС Комбинаторика и треугольник Паскаля
10:30-11:50	Дронов ВС Инвариант и полуинвариант	Куклина Е.А. Законы преломления. Линзы. Построения хода лучей и изображений в линзах.	Соломатин К.В. Избранные задачи	Клепиков ПН Дискретная непрерывность
13:00-14:20	Куклина Е.А. Основы гидростатики. Закон Паскаля. Сообщающиеся сосуды.	Дронов ВС Полуинварианты	Клепиков ПН Дискретная непрерывность	Соломатин К.В. Постоянный ток
14:30-15:50	Куклина Е.А. Закон Архимеда. Плавание тел. Воздухоплавание.	Клепиков ПН Десятичная запись числа	Дронов ВС Зацикливание и метод спуска	Соломатин К.В. Нелинейные элементы

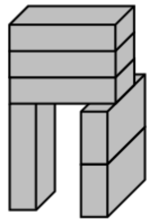
*Класс указан на 2022-2023 уч.год.

Примеры заданий

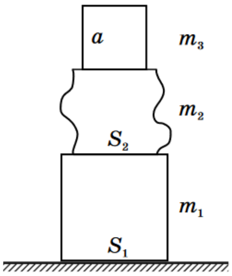
Гидростатика. Закон Паскаля. Сообщающиеся сосуды

1. Однородный брусок в форме параллелепипеда создает давление на горизонтальную опору p_1 = 1,0 кПа, p_2 = 2,0 кПа или p_3 = 4,0 кПа, в зависимости от того, на какую грань его поставить. Известно, что меньшая сторона бруска имеет длину L = 5,0 см. Определите плотность бруска.

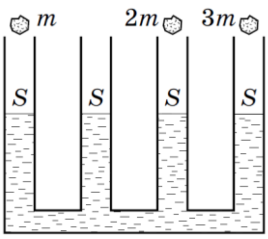
2. Есть булка хлеба с размерами сторон: a = 7 см, b = 10 см, c = 21 см и масло массой 15 г. Хлеб нарезают одинаковыми ломтиками толщиной h = 1 см и намазывают с одной стороны ровным слоем масла. Получившиеся бутерброды кладут на стол. Каково давление масла на хлеб? Считайте, что масло делят поровну между ломтиками.



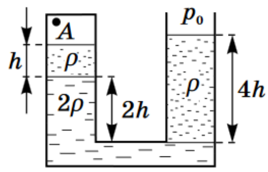
3. Кирпичная конструкция, составленная из шести кирпичей, покоится на земле. Определите отношение давлений p_1 и p_2, которые оказывают нижний левый и нижний правый кирпичи на землю. Кирпич представляет собой параллелепипед, стороны которого относятся как 1 : 2 : 4.



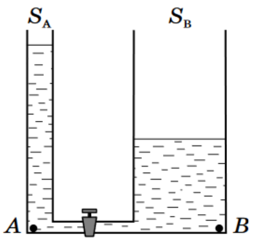
4. На столе стоит кубик массой m_1 = 90 г. Площадь одной грани кубика S_1 = 25 см^2. На него ставят тело неправильной формы. Площадь его контакта с кубиком составляет S_2 = 16 см^2. Сверху на тело ставят еще один кубик со стороной a = 3 см, как показано на рисунке. Известно, что все давления в местах соприкосновения тел (и со столом) равны. Найдите массу тела неправильной формы и массу верхнего кубика.



5. Четыре одинаковых сообщающихся сосуда, имеющие площадь поперечного сечения S = 4 см^2 каждый, частично заполнены жидкостью с плотностью ρ = 1250 кг/м^3 (см. рис.). На сколько изменится уровень жидкости во втором сосуде, если в первый, третий и четвертый добавить небольшие плавающие тела с массами m = 20 г, $2m$ и $3m$ соответственно?



6. Определите давление газа над поверхностью жидкости в точке A закрытого колена трубки, изображенной на рисунке, если плотность жидкости ρ = 800 кг/м^3, высота h = 20 см.



7. В сосуды, соединенные трубкой с краном, налита вода (см. рисунок). Гидростатическое давление в точках A и B p_A = 4 кПа и p_B = 1 кПа соответственно, площади поперечного сечения левого и правого сосудов составляют S_A = 3 дм^2 и S_B = 6 дм^2 соответственно. Какое давление установится в точках A и B, если открыть кран?

8. Три сосуда сообщаются трубками и частично заполнены жидкостью, имеющей плотность ρ = 900 кг/м^3 (см. рисунок). Верхний сосуд и верхняя трубка открыты в атмосферу. Жидкость по трубкам не перетекает. Определите высоту столба жидкости L в верхней трубке, если h = 15 см.

9. Сосуды, частично заполненные ртутью, над которой находится воздух, сообщаются трубками (см. рисунок). Верхний сосуд и верхняя трубка открыты в атмосферу. Ртуть по трубкам не перетекает. Найдите давление воздуха в точке A, выразив ответ в мм рт. ст. Определите высоту столба ртути L в верхней трубке. Высота h = 5 см. Атмосферное давление p_0 = 760 мм рт. ст.

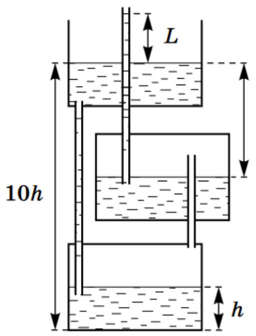


Рисунок к задаче 8

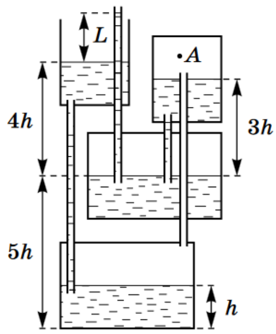
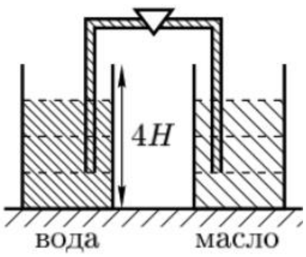
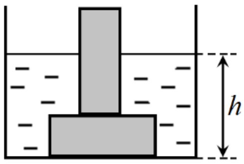


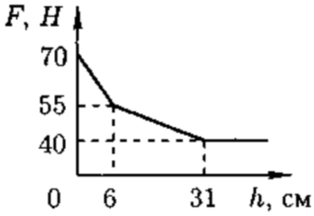
Рисунок к задаче 9

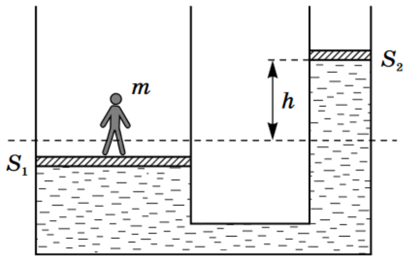


10. Два одинаковых стакана высотой $4H$ заполнены до уровня $3H$ водой и маслом соответственно (рис.). Плотность воды ρ_0 = 1000 кг/м^3, а плотность масла $\rho_м$ = 800 кг/м^3. Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубочкой с краном. Открытые концы трубки погружены на $2H$ в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся в стаканах, если кран открыть?

11. Два одинаковых шершавых кирпича положили на дно аквариума (см. рис.). После этого в аквариум стали наливать воду. Зависимость силы F давления кирпичей на дно аквариума от высоты h слоя налитой воды изображена на графике (см. рис.). Определите длины a, b и c ребер кирпичей и плотность ρ материала, из которого они изготовлены.





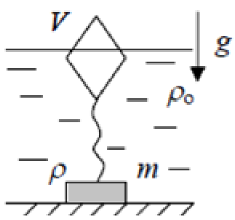


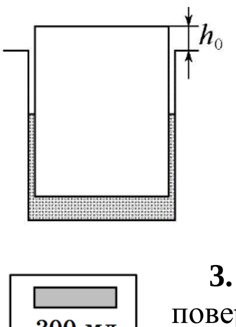
12. Гидравлический пресс, заполненный водой, имеет находящиеся на одной высоте легкие поршни, сечения которых равны S_1 = 1000 см^2 и S_2 = 100 см^2. На больший поршень встает человек массой m = 80 кг (см. рисунок). На какую высоту h поднимется после этого малый поршень?

13. Экспериментатор Глюк предложил для взвешивания тяжелых грузов использовать модернизированный гидравлический пресс. Для этого к поршню малого цилиндра он прикрепил стрелку. Если большой поршень не нагружен, стрелка указывает на ноль. Если же большой поршень нагрузить, стрелка с малым порш нем поднимется вверх и покажет массу груза. На какое расстояние переместится стрелка, если на большой поршень поставить груз массой m_0 = 63 кг? Площади поршней равны S_1 = 6000 см^2 и S_2 = 1000 см^2. В цилиндрах между поршнями находится машинное масло с плотностью ρ = 900 кг/м^3.

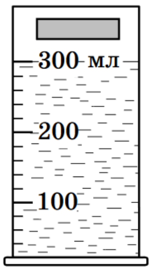
Закон Архимеда Плавание тел

1. Бакен объёма V = 140 литров на две трети объёма погружён в воду у берега. Он привязан веревкой к грузу массы m = 50 кг, лежащему на дне. Верёвка немного провисает. Сможет ли груз оторваться от дна при повышении уровня воды во время прилива? Плотность материала груза ρ = 8 г/см^3, а плотность воды ρ_0 = 1 г/см^3.





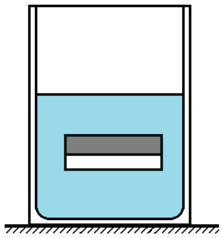
2. На дне кубической ямы с ребром d = 1 м лежит цилиндрическое бревно (ось бревна вертикальна). Диаметр бревна равен его высоте и немного меньше 1 метра. Промежутки между бревном и стенками ямы целиком заполнены льдом. После того, как весь лед растаял, бревно всплыло и стало выступать на высоту h_0 = 86 мм. Чему равна плотность ρ материала бревна? Плотность воды $\rho_в$ = 10^3 кг/м^3, льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3. Вся вода, получившаяся в результате таяния льда, осталась в яме.



3. В измерительный цилиндр налита вода до отметки 300 мм (см. рисунок). На поверхность воды аккуратно опускают шайбу из дуба. Какова толщина шайбы, если уровень воды в цилиндре после ее погружения стал 310 мм? Площадь основания цилиндра S = 500 см^2, а площадь поперечного сечения шайбы S_0 = 100 см^2.

4. В сосуд с находящимися в нем водой массой m = 2 кг и куском льда, начинают вливать спирт при температуре 0 °C, постоянно перемешивая содержимое. Какую массу спирта надо влить, чтобы лед утонул? Считайте, что объем смеси спирта и воды равен сумме объемов компонентов. Теплотой, выделяющейся при смешивании спирта и воды, можно пренебречь.

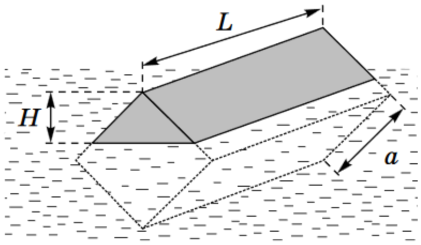
5. В цилиндрический сосуд, площадь дна которого $S = 230$ см^2, залили 1,12 литра воды и поместили пенопластовый плотик (плотность пенопласта $\rho_п = 0{,}3$ г/см^3), к которому была приклеена пластинка из кристаллического сахара. Объем сахарной пластинки $V_c = 140$ см^3, плотность сахара $\rho_c = 1{,}6$ г/см^3. Вначале блок из сахара и пенопласта полностью погрузился в воду и «парил» в ее объеме (см. рис.). С течением времени сахар растворился. Полученный раствор тщательно перемешали не вынимая пенопласт. 1) Найдите объем пенопласта. 2) Определите, на сколько изменился уровень жидкости в цилиндре после растворения сахара.



Примечание. Несмотря на ничтожную сжимаемость воды, ее молекулярная структура довольно «рыхлая», и растворившиеся молекулы сахара (или соли) заполняют межмолекулярные пустоты, не приводя к сколько-нибудь заметному изменению ее объема.

6. Недалеко от села Чугуева по реке плывет топор, полностью погруженный в воду. Чему равно отношение объемов и масс деревянной (еловой) и железной части топора? Плотности железа и дерева известны.

7. Брусок квадратного сечения плавает в воде так, что из воды выступает часть высотой H = 0,6a, где a – сторона квадрата (см. рисунок). Какова плотность ρ бруска?



8. На крючке ручных пружинных весов висит ведро с водой. Весы показывают 9,5 кг. В воду полностью погрузили кирпич массой 2,5 кг с размерами 5 см × 10 см × 20 см, удерживая его на тонкой верёвочке. Найдите массу воды, вылившейся из ведра. Плотность воды равна 1000 кг/м^3.

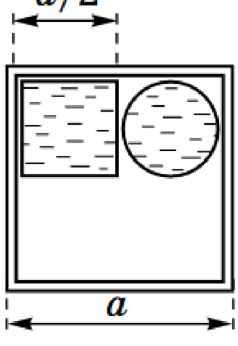
9. Шар склеили из двух полушарий, сделанных из разных материалов. Массы половинок отличаются в четыре раза. Шар плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Найдите плотность материала тяжелой половинки ρ.

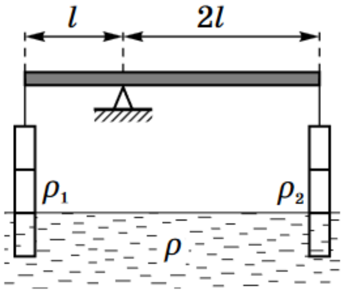
10. По реке плывет бутылка, частично заполненная водой так, что над поверхностью выступает только цилиндрическая часть горлышка высотой h = 4 см. На верхушку горлышка уселась птичка, в результате чего половина выступающей из воды части горлышка скрылась под водой. Найдите массу птички. Площадь сечения горлышка S = 5 см^2.

11. Шар лежит на дне сосуда, погруженный в воду на 1/2 своего объема и давит на это дно с силой, равной 1/5 от действующей на шар силы тяжести. Найдите плотность материала шара ρ, если плотность воды равна ρ_0.

12. В вертикальный цилиндрический стакан высотой H = 10 см и площадью дна S = 100 см^2 налита вода до уровня h = 8 см. В стакан опустили, не разбрызгивая воду, $N_1 = 100$ стальных шариков объемом $V_1 = 1$ см^3 каждый, а затем еще $N_2 = 50$ ледяных кубиков объемом $V_2 = 2{,}5$ см^3. Какова оказалась после этого сила F давления на дно стакана? Трение и атмосферное давление не учитывать.

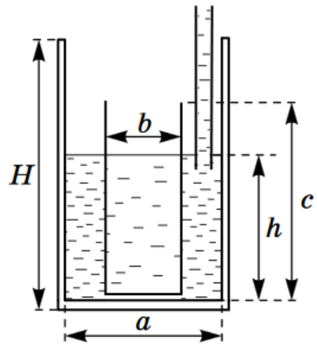
13. Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны a = 80 см и высотой бортика h = 20 см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельем квадратный тазик с размером стороны a/2, высотой бортика h и общей массой m = 2,4 кг. Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне цилиндрический тазик, полностью заполненный водой (см. рисунок). Радиус дна тазика R = a/4 и высота его бортика h. Каким будет уровень H в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика? После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой.





14. На легком рычаге, шарнирно закрепленном на опоре, уравновешены два одинаковых однородных цилиндрических тела. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 2, а цилиндры погружены в жидкость на треть объема (см. рисунок). Плотность левого цилиндра $\rho_1 = 4{,}0$ г/см^3, а правого $\rho_2 = 2{,}2$ г/см^3. Определите плотность ρ жидкости.

15. На дне сосуда квадратного сечения (ширина внутренней стороны сосуда a = 6 см, а высота H = 20 см) стоит узкий, длинный тонкостенный стакан квадратного сечения с толстым дном (длина внешней стороны b = 4 см, а высота c = 10 см). Масса стакана M = 100 г. В пространство между стенками цилиндра и стакана тонкой струйкой начинают наливать воду (см. рисунок). Ее расход μ = 2,0 г/с. Изобразите на графике, как зависит высота h уровня воды в сосуде от времени t. Подтекание под стакан есть,но объем подтекающей воды пренебрежимо мал.



16. Длинная доска массой M плавает, выступая из воды на половину объема. На край доски села лягушка, и доска погрузилась под ней до уровня воды. Найдите массу m лягушки.

17. Оказавшись в кладовой харчевни «Три пескаря», Буратино принялся исследовать ее содержимое. Его внимание привлекла банка с вертикальной шкалой и наклейкой «масло оливковое», m = 8 кг. Уровень жидкости доходил до отметки H = 50 см. Решив попробовать масло на вкус, Буратино свалился в банку, но остался на плаву. Случайно его взгляд упал на шкалу уровня масла. Теперь оно доходило до h = 52 см. Определите массу Буратино.

Серия № 1 «Квадратный трехчлен -1»

1) Верно ли, что если $b > a + c > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня?

2) Квадратный трёхчлен $x^2 + bx + c$ имеет два действительных корня. Каждый из трёх его коэффициентов увеличили на 1. Могло ли оказаться, что оба корня трёхчлена также увеличились на 1?

3) Два приведённых квадратных трёхчлена имеют общий корень, а дискриминант их суммы равен сумме их дискриминантов. Докажите, что тогда дискриминант хотя бы одного из этих двух трёхчленов равен нулю.

Для самостоятельного решения.

1) (a) Про действительные числа a, b, c известно, что $(a + b + c)c < 0$. Докажите, что $b^2 - 4ac > 0$

(b)Решите неравенство $ax^2 + x - c > 0$, если $ac < -0{,}25$ и $c < 9a + 3$

2) Известно, что сумма любых двух из трех приведенных квадратных трехчленов $x^2 + ax + b$, $x^2 + cx + d$, $x^2 + ex + f$ не имеет корней. Может ли сумма всех этих трехчленов иметь корни?

3) Докажите, что на графике любого приведенного квадратного трехчлена, имеющего ровно один корень, найдется такая точка (p, q) что трёхчлен $x^2 + px + q$ также имеет ровно один корень.

4) Петя с каждым приведённым квадратным трёхчленом делает следующее: рисует его график, ищет точки пересечения с осями координат и, если получит 3 точки, проводит через эти точки окружность. Докажите, что все такие окружности проходят через одну точку

5) Даны действительные числа a, b, c. Докажите, что хотя бы одно из уравнений $x^2 + (a-b)x + (b-c) = 0$, $x^2 + (b-c)x + (c-a) = 0$, $x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ имеет решение.

6) Даны различные действительные числа a, b, c. Докажите, что хотя бы два из уравнений $(x - a)(x - b) = x - c$, $(x - b)(x - c) = x - a$, $(x - c)(x - a) = x - b$ имеют решение.

7) Длины сторон многоугольника равны $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Квадратный трехчлен $f(x)$ таков, что $f(a_1) = f(a_2 + \ldots + a_n)$. Докажите, что если A – сумма длин нескольких сторон многоугольника, B – сумма длин остальных сторон, то $f(A) = f(B)$

8) Верно ли, что для любых трёх различных натуральных чисел a, b и c найдётся квадратный трёхчлен с целыми коэффициентами и положительным старшим коэффициентом, принимающий в некоторых целых точках значения a^3, b^3 и c^3?

9) Дан квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + ax + b$. Известно, что для любого вещественного x существует такое вещественное y, что $f(y) = f(x) + y$. Найдите наибольшее возможное значение a.

10) Для какого наименьшего натурального числа a существуют целые числа b и c такие, что квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два различных положительных корня, не превосходящих 1/1000

11) Пусть М – множество значений многочлена x^2+1 в целых точках. Докажите, что множество М не содержит ни одной бесконечной (непостоянной) геометрической прогрессии.

Комбинаторика -10 класс

1. Для натурального числа n есть ровно два из чисел 1, 2, …, 100, на которые оно не делится. Пусть эти числа – a и b. Известно, что a – четное, и $a < b$. Найти a.
2. Множество различных натуральных чисел назовем равномерным, если после удаления любого из его элементов остальные можно распределить по двум подмножествам с одинаковой суммой элементов. Докажите, что равномерных множеств с четным количеством элементов не существует.
3. Из чисел 1, 2,..., 37 произвольным образом выбраны 13 различных. Докажите, что из этих 13 чисел можно выбрать четыре таких, что сумма двух из них равна сумме двух других.
4. В классе 20 учеников, причём каждый дружит не менее, чем с 14 другими. Можно ли утверждать, что найдутся четыре ученика, которые все дружат между собой?
5. В стране 100 городов. За год в стране побывало 30 путешественников, каждый из которых посетил не менее 70 городов. Докажите, что найдется три города таких, что каждый из путешественников посетил хотя бы один них.
6. На доске 10×10 стоит 41 ладья. Докажите, что из них можно выбрать 5 ладей, которые не бьют друг друга.
7. Имеется 51 двузначное число. Докажите, что из этих чисел можно выбрать по крайней мере 6 чисел так, чтобы никакие два из выбранных чисел ни в одном разряде не имели одинаковой цифры.
8. В классе несколько детей, которые ходят в кружки. В каждый кружок ходит ровно 7 учеников. Каждый из учеников ходит ровно в 2 кружка. Для любых двух кружков ровно один ученик посещает оба этих кружка. Сколько учеников в классе?
9. В компании из 10 человек произошло 14 попарных ссор. Докажите, что все равно можно составить компанию из трёх друзей.
10. В одной из школ 20 раз проводился кружок по астрономии. На каждом занятии присутствовало ровно пять школьников, причём никакие два школьника не встречались на кружке более одного раза. Докажите, что всего на кружке побывало не менее 20 школьников.
11. Комиссия собирались 30 раз. На любом заседании было 12 членов, и никакие двое из членов комиссии не были одновременно более чем на одном заседании. Докажите, что в комиссию входит более 64 человек.
12. Восемь школьников решали восемь задач. Оказалось, что каждую задачу решили пять школьников. Докажите, что найдутся такие два школьника, что каждую задачу решил хотя бы один из них.
13. В городе 9 остановок и несколько автобусов. Любые два автобуса имеют не более одной общей остановки. У каждого автобуса ровно три остановки. Какое максимальное число автобусов может быть в городе?
14. В классе 30 школьников. Среди них 5 любителей комбинаторики, 5 геометров …, и т. д., всего 15 групп по различным предметам. Можно ли рассадить школьников в две аудитории таким образом, чтобы в каждой аудитории оказалось хотя бы по одному представителю от каждой группы?

Конструирование 7 кл

Если конструкция удовлетворяет нескольким условиям, попытайтесь получить ее за несколько действий.

1. Расставьте различные натуральные числа в таблицу 2×3 (2 строки, 3 столбца) так, чтобы произведения в столбцах были равны, и суммы в строках тоже были равны (но суммы могут отличаться от произведений).

Шаги индуктивного построения часто следуют шагам некоторого процесса.

2. Вася выставляет по одной бесцветные ладьи на шахматную доску, а Петя красит выставленную ладью в один из 5 цветов. Докажите, что Петя может делать это так, чтобы ни в какой момент ладьи одного цвета друг друга не били.

Если процесса нет, его бывает полезно организовать.

3. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трех из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.
4. Известно, что в туристическом клубе каждый участник знаком не более чем с пятью другими. Докажите, что можно разделить участников на не более чем шесть групп для похода выходного дня таким образом, что ни в какую группу не попадут двое знакомых.
5. На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что их можно раскрасить в 3 цвета так, чтобы ладьи одинакового цвета друг друга не били.

Вместо примера для конкретного большого числа удобнее бывает строить общую серию примеров для произвольного n *.*

6. Представьте 1 как сумму 100 различных дробей с числителями 1 и натуральными знаменателями.
7. Найдите количество слов длины 10, состоящих только из букв "а" и "б" и не содержащих в записи двух букв "б" подряд.

Построению примера поможет переформулировка условия.

8. Представьте число а) 33/100; б) 15/91 в виде суммы нескольких дробей, все числители которых — единица, а знаменатели — попарно различные натуральные числа.
9. Можно ли из последовательности $1;\ 1/2;\ 1/3; \ldots; 1/n; \ldots$ выбрать убывающую арифметическую прогрессию длины: а) 3; б) 100?

Первый шаг в построении конструкции может произвольным.

10. Докажите, что уравнение $a^2 + b^2 = c^3$ имеют бесконечно много решений в натуральных числах.
11. Существуют ли попарно различные натуральные числа x, y, z удовлетворяющие уравнению $x^3 + y^3 = z^8$?
12. Имеется 10 ящиков. В каждом ящике лежит какое-то количество монет. Разрешается выбрать 9 ящиков и добавить в каждый по монете. Докажите, что такими операциями можно уравнять число монет в ящиках.
13. Известно, что пять из шести попарных сумм некоторых четырех чисел равны 2, 5, 8, 10, 13. Чему равна шестая сумма?

Из нескольких палочек надо сложить три отрезка одинаковой длины. Перед этим несколько раз можно распилить любую палочку на две части. Каким наименьшим числом распилов можно гарантированно обойтись?

Оценки 8 класс

1. Школьник за 7 дней решил 20 задач. Известно, что за любые 3 дня он решал не больше 10 задач. Какое наибольшее количество задач он мог решить за 1 день?
2. В компании «Арксинус» 225 акционеров. Акции между ними распределены так, что любые 140 акционеров вместе владеют по крайней мере половиной всех акций. Какой наибольший процент акций может иметь один акционер?
3. Известно, что 10% человек владеют не менее, чем 90% всех денег в мире. Для какого наименьшего количества (в процентах) всех людей можно гарантировать, что эти люди владеют 99% всех денег?
4. Сумма некоторых пяти чисел равна 1, а сумма любых трех из них неотрицательна. Какое наименьшее возможное значение может иметь наименьшее из этих чисел?
5. Дано 19 действительных чисел. Сумма всех данных чисел равна 88, а сумма любых семи из них не больше 40. Найти наибольшее возможное значение: а) максимального из этих чисел; б) суммы четырех из данных чисел.
6. Найти количество решений уравнения: $\left|\left|\left|\left|x\right|-4\right|-3\right|-2\right|-1\right|=0$
7. Найти все возможные значения $|a-d|$, если $|a-b|=4, |b-c|=5, |c-d|=6$.
8. Пусть $x_1, x_2, ..., x_{20}$ - некоторая перестановка чисел 1, 2, …, 20. Найти наибольшее возможное значение суммы: $|x_1-1|+|x_2-2|+...+|x_{20}-20|$.
9. Пусть $x_1, x_2, ..., x_{20}$ - некоторая перестановка чисел 1, 2, …, 20. Найти наименьшее возможное значение суммы: $|x_1-x_2|+|x_2-x_3|+...+|x_{19}-x_{20}|+|x_{20}-x_1|$.
10. Известно, что $|a-b|+|b-c|=12, |a-b|+|a-c|=15.$ Найти все возможные значения $|a-c|+|b-c|$.
11. Неотрицательные числа a, b, c таковы, что для них выполняются неравенства $|a-b|\geq c,\ |b-c|\geq a,\ |c-a|\geq b$. Докажите, что одно из этих чисел равно сумме двух других.
12. Известно, что $|a-b|+|c-d|=99,\ |a-c|+|b-d|=1$. Найти все возможные значения $|a-d|+|b-c|$.
13. Три гнома живут в разных домах на плоскости и ходят со скоростями 1, 2 и 3 км/ч соответственно. Какое место для ежедневных встреч нужно им выбрать, чтобы сумма времён, необходимых каждому из гномов на путь от своего дома до этого места (по прямой), была наименьшей?

Применение графов – 8 класс

1. В компании из 10 человек произошло 14 попарных ссор. Докажите, что все равно можно составить компанию из трёх друзей.
2. Из чисел 1, 2,..., 37 произвольным образом выбраны 13 различных. Докажите, что из этих 13 чисел можно выбрать четыре таких, что сумма двух из них равна сумме двух других.

Теорема о связности графа

3. Есть n камней разного веса. За одно взвешивание на чашечных весах без гирь можно сравнить два камня. За какое наименьшее число взвешиваний можно наверняка найти самый лёгкий камень?
4. Из спичек сложена шахматная доска. Жук через спичку не ползает. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы жук мог проползти от любой клетки до любой другой (не выходя за край доски)?
5. Можно ли рёбра куба раскрасить в два цвета так, чтобы между любыми двумя вершинами был путь как по рёбрам одного цвета, так и по ребрам другого цвета?
6. Тетрадный лист раскрасили в 23 цвета по клеткам (при этом все цвета присутствуют). Пара цветов называется хорошей, если найдутся две соседние клетки, закрашенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

Сумма степеней вершин

7. В классе несколько детей, которые ходят в кружки. В каждый кружок ходит ровно 7 учеников. Каждый из учеников ходит ровно в 2 кружка. Для любых двух кружков ровно один ученик посещает оба этих кружка. Сколько учеников в классе?
8. Можно ли нарисовать 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими.
9. На плоскости проведено n прямых. Каждая пересекается ровно с 6 другими. Найдите все возможные значения n.
10. На клетчатой бумаге нарисован многоугольник площадью в n клеток. Его контур идёт по линиям сетки. Каков наибольший периметр многоугольника? (Сторона клетки равна 1).
11. В пустые клетки доски 5×5 Петя по одному вписывал числа. Вписанное число равнялось количеству соседних по стороне клеток, в которые уже был вписаны числа. Петя заполнил всю доску. Найдите сумму все чисел и докажите, что она не зависит от порядка заполнения.
12. В куче лежит 100 камней. За один ход исходную кучу разбивают на 2 части (a и b камней), и записывают число ab, затем такую же операцию повторяют с любой из полученных куч, и так далее. В итоге, когда все камни будут расположены отдельно, все записанные числа складывают. Чему равен результат?

Двудольные графы

13. а) В ряд выписаны 14 целых чисел. Рассматриваются всевозможные попарные разности. Какое наибольшее количество из этих разностей может быть нечётными?

    б) В ряд выписаны 20 целых чисел. Каково наибольшее число нечетных последовательных сумм?
14. Даны 10 чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$. Известно, что среди попарных сумм как минимум 37 целых чисел. Докажите, что все числа $2a_1, 2a_2, \ldots, 2a_{10}$ – целые.

---

15. Для натурального числа n есть ровно два из чисел 1, 2, …, 100, на которые оно не делится. Пусть эти числа – a и b. Известно, что a – четное, и $a < b$. Найти a.
16. Множество различных натуральных чисел назовем равномерным, если после удаления любого из его элементов остальные можно распределить по двум подмножествам с одинаковой суммой элементов. Докажите, что равномерных множеств с четным количеством элементов не существует.